

1. Determinar La Ecuación Canónica De La Parábola Con Vértice En $(-2,4)$ Y Foco En $(1,4)$ 2. Determinar El

1. Determinar La Ecuación Canónica De La Parábola Con Vértice En $(-2,4)$ Y Foco En $(1,4)$ 2. Determinar El es una tarea fundamental en el estudio de las cónicas, específicamente cuando se trabaja con parábolas. La comprensión de cómo determinar la ecuación canónica de una parábola dada su vértice y foco permite a los estudiantes y profesionales en matemáticas analizar y describir con precisión estos importantes objetos geométricos. En este artículo, exploraremos en detalle el proceso para determinar la ecuación canónica de la parábola con vértice en $(-2,4)$ y foco en $(1,4)$. Además, abordaremos cómo determinar otras características relevantes de la parábola, como su eje de simetría, directriz y orientación. Este contenido está especialmente diseñado para optimizar tu comprensión y búsqueda en temas relacionados con cónicas y ecuaciones de parábolas.

Introducción a las Cónicas y Parábolas

Antes de abordar el problema específico, es importante repasar algunos conceptos clave relacionados con las cónicas y, en particular, las parábolas.

¿Qué son las cónicas?

Las cónicas son curvas que se obtienen como la intersección de un plano con un cono doble. Existen varios tipos de cónicas:

- Elipse
- Hipérbola
- Parábola

Cada una de estas curvas tiene propiedades y ecuaciones específicas.

¿Qué es una parábola?

Una parábola es la curva que representa la trayectoria de un punto que mantiene una distancia constante respecto a un foco y a una directriz. Su ecuación puede expresarse en varias formas, siendo la más común la forma canónica.

Conceptos Clave para Determinar la Ecuación de la Parábola

Para determinar la ecuación de una parábola a partir de su vértice y foco, es fundamental entender y emplear los siguientes conceptos:

Vértice

El vértice es el punto donde la parábola cambia de dirección y es el punto medio entre el foco y la directriz en una parábola con eje horizontal o vertical.

Foco

El foco es un punto fijo dentro de la curva que, junto con la directriz, define la parábola.

Directriz

La directriz es una línea fija que, junto con el foco, ayuda a definir la parábola. Todos los puntos en la parábola mantienen una distancia igual al foco y a la directriz.

Distancia focal (p)

Es la distancia entre el vértice y el foco, o entre el vértice y la directriz, dependiendo de la orientación de la parábola.

Pasos para Determinar la Ecuación Canónica de la Parábola

A continuación, se describen los pasos clave para determinar la ecuación canónica de la parábola dado su vértice y foco.

Paso 1: Identificar los puntos fundamentales

Se tiene:

- Vértice: $(-2, 4)$
- Foco: $(1, 4)$

Paso 2: Determinar la orientación de la parábola

Observamos que tanto el vértice como el foco comparten la misma coordenada y en la componente y ($y=4$), por lo que la parábola está orientada horizontalmente, con eje paralelo al eje x.

Paso 3: Calcular la distancia focal (p)

La distancia entre el vértice y el foco define (p) :

$$p = |x_f - x_v| = |1 - (-2)| = 3$$

El valor de (p) indica que la parábola se abre hacia la derecha (porque el foco está a la derecha del vértice).

Paso 4: Determinar la ecuación canónica de la parábola

Para una parábola con vértice en $((h, k))$ y que abre hacia la derecha, la ecuación canónica es:

$$(y - k)^2 = 4p (x - h)$$

Sustituyendo los valores de $(h = -2)$, $(k = 4)$, y $(p=3)$:

$$(y - 4)^2 = 4 \times 3 (x + 2)$$
$$(y - 4)^2 = 12 (x + 2)$$

Esta es la ecuación canónica de la parábola con vértice en $((-2, 4))$ y foco en $((1, 4))$.

Verificación y Análisis de la Ecuación

Una vez que tenemos la ecuación, es recomendable verificarla y analizar sus propiedades.

Verificación de la posición del foco

Para comprobar que el foco está en el punto $((1, 4))$, sustituimos en la ecuación y verificamos que cumple con la distancia.

El foco está en $((x_f, y_f) = (1, 4))$. Sustituyendo en la ecuación:

$$\begin{aligned} &[(4 - 4)^2 = 12 (1 + 2)] \\ &[0 = 12 \times 3 = 36] \end{aligned}$$

Esto indica que el foco no satisface la ecuación (porque la izquierda es cero). Sin embargo, la ecuación representa la parábola, y la condición para que el foco esté en la parábola es que la distancia desde cualquier punto $((x, y))$ en la curva hasta el foco sea igual a la distancia desde ese punto a la directriz.

Alternativamente, podemos verificar que el foco está en la curva, considerando la distancia:

$$[\text{Distancia desde } (1, 4) \text{ a la directriz}]$$

La directriz de la parábola con eje horizontal y vértice en $((h, k))$ y foco en $((h + p, k))$ es la línea vertical:

$$[x = h - p]$$

Entonces:

$$[x_{\text{directriz}} = -2 - 3 = -5]$$

La distancia del foco al vértice es $(p=3)$, como esperado. La distancia desde el foco a la directriz es también $(2p=6)$, pero en la ecuación, el valor de $(4p)$ se relaciona con la apertura de la parábola.

Resumen y Conclusiones

La determinación de la ecuación canónica de una parábola a partir de su vértice y foco es un proceso que combina conceptos geométricos y algebraicos. En nuestro ejemplo, hemos obtenido la ecuación:

$$\begin{aligned} & \backslash[\\ & (y - 4)^2 = 12(x + 2) \\ & \backslash] \end{aligned}$$

que describe exactamente la parábola con vértice en $((-2, 4))$ y foco en $((1, 4))$. Este método se puede aplicar a cualquier parábola, ajustando los valores y la orientación según los datos específicos.

Aplicaciones prácticas y ejemplos adicionales

El conocimiento de cómo determinar la ecuación de una parábola tiene aplicaciones en diferentes áreas, incluyendo:

- Ingeniería y diseño de antenas parabólicas
- Óptica y diseño de espejos
- Arquitectura y estructuras
- Física y trayectorias de proyectiles

A continuación, se presentan ejemplos adicionales para fortalecer la comprensión:

Ejemplo 1: Parábola con vértice en $(0, 0)$ y foco en $(0, 5)$

- La parábola está orientada verticalmente hacia arriba.
- La ecuación será: $((x - 0)^2 = 4p (y - 0))$
- Aquí, $(p = 5)$, por lo que:

$$\begin{aligned} & \backslash[\\ & x^2 = 20 y \\ & \backslash] \end{aligned}$$

Ejemplo 2: Parábola con vértice en $(2, -3)$ y foco en $(2, 1)$

- La parábola se abre hacia arriba.
- La ecuación será:

$$\begin{aligned} & \backslash[\\ & (x - 2)^2 = 4p (y + 3) \\ & \backslash] \end{aligned}$$

- Con $(p = 2)$:

$$\begin{aligned} & \backslash [\\ & (x - 2)^2 = 8 (y + 3) \\ & \backslash] \end{aligned}$$

Este proceso se puede adaptar fácilmente a diferentes configuraciones y orientaciones de parábolas.

Resumen final

Determinar la ecuación canónica de una parábola a partir de su vértice y foco es una habilidad esencial en matemáticas y ciencias aplicadas. Requiere entender la relación entre estos puntos, calcular la distancia focal, y emplear la forma estándar correspondiente. La capacidad de realizar estos cálculos permite a los estudiantes y profesionales modelar y analizar fenómenos que involucran trayectorias parabólicas.

Optimización para SEO

Este artículo ha

Frequently Asked Questions

¿Cómo se determina la ecuación canónica de una parábola con vértice en $(-2, 4)$ y foco en $(1, 4)$?

Para determinar la ecuación canónica, primero identificamos que la parábola es horizontal, ya que el vértice y el foco tienen la misma coordenada y ($y=4$). La distancia entre el vértice y el foco es 3 unidades en la dirección x , por lo que el valor de p es 3. La ecuación canónica de una parábola con vértice en (h, k) y foco en $(h + p, k)$ es $(y - k)^2 = 4p(x - h)$. Sustituyendo, tenemos $(y - 4)^2 = 4 \cdot 3 (x + 2)$, es decir, $(y - 4)^2 = 12(x + 2)$.

¿Cuál es la importancia de la distancia p en la ecuación canónica de una parábola?

La distancia p representa la distancia entre el vértice y el foco, y determina la apertura y la forma de la parábola. En la ecuación canónica, $4p$ es el coeficiente que define la curvatura y si p es positivo o negativo indica la dirección hacia la cual la parábola se abre (hacia la derecha o izquierda en parábolas horizontales).

¿Cómo se ajusta la ecuación si la parábola tiene vértice en $(-2, 4)$ y foco en $(1, 4)$, pero la dirección fuera horizontal?

Dado que el vértice y el foco comparten la misma coordenada y , y el foco está a la derecha del vértice, la parábola se abre hacia la derecha. La ecuación canónica será $(y - 4)^2 = 12(x + 2)$, como ya se explicó, con $p=3$. Si fuera en otra dirección, la forma de la ecuación cambiaría en consecuencia.

¿Qué pasos seguir para determinar la ecuación canónica de una parábola dado su vértice y foco?

Primero, identificar las coordenadas del vértice y del foco. Segundo, determinar si la parábola se abre horizontal o vertical. Tercero, calcular la distancia p entre vértice y foco. Cuarto, usar la fórmula de la ecuación canónica correspondiente: $(y - k)^2 = 4p(x - h)$ para parábolas horizontales, o $(x - h)^2 = 4p(y - k)$ para parábolas verticales. Finalmente, reemplazar los valores para obtener la ecuación específica.

Additional Resources

Determinación de la Ecuación Canónica de la Parábola con Vértice en $(-2,4)$ y Foco en $(1,4)$

La geometría analítica nos permite explorar y describir con precisión las propiedades y formas de las curvas mediante ecuaciones algebraicas. En particular, las parábolas son cónicas de gran interés por sus aplicaciones en física, ingeniería, astronomía y óptica, entre otras disciplinas. En esta revisión, nos centraremos en cómo determinar la ecuación canónica de una parábola dado su vértice y foco, detallando cada paso, las propiedades relevantes y las implicaciones geométricas.

Conceptos Fundamentales y Propiedades de la Parábola

Antes de abordar el problema específico, es esencial comprender los conceptos básicos que rodean a la parábola:

Definición de la Parábola

- Es la locus de puntos en un plano que equidistan de un punto fijo llamado foco y de una recta fija llamada directriz.

- La forma estándar de una parábola puede variar dependiendo de la orientación, pero siempre mantiene la relación de distancia constante.

Componentes Clave de la Parábola

- Vértice (V): Punto donde la parábola cambia de dirección, ubicado en el centro de simetría.
- Foco (F): Punto focal que define la forma de la parábola.
- Directriz: Línea perpendicular al eje de simetría, con la cual la distancia del punto a la foco y a la directriz son iguales.
- Eje de simetría: Línea que pasa por el vértice y el foco, alrededor de la cual la parábola es simétrica.
- Lado recto: La distancia entre el vértice y el foco, que también afecta la forma de la parábola.

Datos del Problema y Análisis

El problema proporciona:

- Vértice en $(-2, 4)$
- Foco en $(1, 4)$

El objetivo es determinar su ecuación canónica, es decir, la forma estándar que describe la parábola en función de sus componentes.

Localización y Orientación de la Parábola

Para avanzar, primero identificamos la orientación de la parábola, considerando las coordenadas del vértice y el foco.

Identificación del eje de simetría

- La coordenada y del vértice y del foco son iguales (ambos en $y=4$), lo que indica que la parábola está orientada horizontalmente.
- El eje de simetría pasa por el vértice y el foco, en línea recta horizontal en este caso.

Dirección de la Parábola

- Dado que el foco está en (1, 4) y el vértice en (-2, 4), la parábola se abre hacia la derecha, en la dirección del foco desde el vértice.
- La distancia entre el vértice y el foco determinará la "distancia focal" que influye en la forma de la parábola.

Cálculo de la Distancia entre el Vértice y el Foco

Para determinar la ecuación, necesitamos la distancia entre estos puntos:

$$\begin{aligned} & \backslash \\ d &= |x_f - x_v| = |1 - (-2)| = 3 \\ & \backslash \end{aligned}$$

Dado que la coordenada y es la misma, la distancia se mide en la dirección x, confirmando que la parábola es horizontal.

Parábola con Eje Horizontal

La forma estándar de la ecuación de una parábola con eje de simetría horizontal y vértice en $((h, k))$ es:

$$\begin{aligned} & \backslash \\ (y - k)^2 &= 4p (x - h) \\ & \backslash \end{aligned}$$

Donde:

- $((h, k))$ es el vértice.
- (p) es la distancia desde el vértice hasta el foco (si $(p > 0)$, la parábola abre hacia la derecha; si $(p < 0)$, hacia la izquierda).

En nuestro caso:

- $(h = -2)$
- $(k = 4)$
- La distancia entre vértice y foco en x: $(p = 3)$

Como el foco está a la derecha del vértice, $(p > 0)$, confirmando la apertura hacia la derecha.

Por lo tanto, la ecuación en forma estándar será:

$$(y - 4)^2 = 4 \times 3 \times (x + 2)$$

$$(y - 4)^2 = 12 (x + 2)$$

Formulación de la Ecuación Canónica

Ya que tenemos la forma estándar, podemos expresar la ecuación en su forma canónica:

$$(y - 4)^2 = 12 (x + 2)$$

Esta ecuación describe exactamente la parábola con vértice en $(-2, 4)$ y foco en $(1, 4)$.

Verificación y Propiedades Adicionales

Para asegurar la precisión, revisemos los aspectos geométricos y algebraicos:

1. Validación del foco y vértice:

- La distancia entre el vértice y foco es:

$$d = \sqrt{(1 - (-2))^2 + (4 - 4)^2} = \sqrt{3^2 + 0} = 3$$

- La distancia focal en la ecuación estándar es $(|p| = 3)$, coincidiendo con nuestro cálculo.

2. Directriz:

- La directriz para parábolas horizontales es la línea:

$$(y - 4)^2 = 12 (x + 2)$$

$$x = h - p = -2 - 3 = -5$$

- La distancia desde un punto en la parábola hasta el foco y a la directriz será igual, confirmando la definición.

3. Propiedades de la parábola:

- La distancia entre el vértice y el foco es $p=3$.
- La longitud del lado recto (distancia entre foco y directriz) es $2p = 6$.
- La apertura hacia la derecha confirma la forma y orientación.

Resumen de la Solución

- La parábola tiene vértice en $((-2, 4))$ y foco en $((1, 4))$.
- La ecuación estándar (canónica) es:

$$(y - 4)^2 = 12 (x + 2)$$

- La ecuación refleja una parábola que se abre hacia la derecha, con foco y vértice alineados en la misma línea horizontal, y la distancia focal de 3 unidades.

Aplicaciones y Relevancia de la Ecuación

Conocer la ecuación canónica de una parábola tiene múltiples aplicaciones prácticas:

- Óptica: diseño de reflectores parabólicos que concentran la luz o las ondas en un foco.
- Ingeniería: análisis de trayectorias y caminos óptimos.
- Física: modelado de fenómenos donde las trayectorias siguen patrones parabólicos.
- Gráficos y diseño: creación precisa de curvas en programas CAD y software de diseño.

Además, la interpretación geométrica de la ecuación facilita la visualización

y análisis de la curva, permitiendo determinar rápidamente aspectos como la dirección de apertura, posición del foco y la directriz.

¿Qué sigue? La Determinación de Otros Parámetros

El enunciado también menciona "2. Determinar el", sugiriendo que hay más aspectos a explorar. Estos podrían incluir:

- La ecuación en forma focal o en forma de parábola en coordenadas principales.
- La posición de la directriz.
- La longitud del lado recto y otras propiedades métricas.
- El eje de la parábola y su eje de rotación.

Cada uno de estos aspectos puede tratarse en un análisis adicional, pero para el objetivo principal de determinar la ecuación canónica, la información y pasos aquí presentados son suficientes y completos.

Conclusión

La determinación de la ecuación canónica de una parábola a partir de su vértice y foco es un proceso sistemático que involucra la identificación de la orientación, cálculo de la distancia focal y aplicación de la forma estándar correspondiente. En nuestro caso, llegamos a la ecuación:

$$\begin{aligned} &\backslash[\\ &(y - 4)^2 = 12 (x + 2) \\ &\backslash] \end{aligned}$$

que describe con precisión la curva solicitada. Esta ecuación no solo cumple con los datos aportados, sino que también permite un análisis completo de sus propiedades geométricas, facilitando su interpretación y aplicación en diferentes contextos. La comprensión profunda de estos pasos refuerza la capacidad de resolver problemas relacionados con cónicas y mejora la intuición geométrica en la representación algebraica.

1 Determinar La Ecuación Canónica De La Parábola Con Vértice En 2 4 Y Foco En 1 4 2 Determinar El

1 Determinar La Ecuación Canónica De La Parábola Con Vértice En 2 4 Y Foco En 1 4 2 Determinar El

Related Articles

- [Parallel Lines: If The Two Lines Are Parallel And Cut By A Transversal Line, What Is The Value Of X?](#)
- [A Circle Is Drawn Within A Square As Shown. What Is The Best Approximation For The Area Of The Shaded](#)
- [A Car Bonnet, Represented By QP, Of Mass 12 Kg Is Pivoted At P. Its Weight Acts At G Where \$QG = GP =\$](#)

[Back to Home](#)